

$$۵۲) A = \sin \Delta x - \sin x$$

$$۵۳) B = \cos ۱۶^\circ + \sin ۵۶^\circ + \sin ۱۸^\circ$$

$$۵۴) C = \sqrt{۳} - ۲ \sin a$$

$$۵۵) S = 1 + \cos x + \cos y + \cos(x+y)$$

$$۵۶) \tan ۴۰^\circ + \tan ۲۰^\circ$$

$$۵۷) A = ۳ - \tan^p a$$

$$۵۸) B = \tan ۴۰^\circ + \cot g ۱۰^\circ$$

$$۵۹) \cos^p x + \cos^p ۲x + \cos^p ۳x - \frac{۳}{۲} \quad \text{الف - به حاصلضرب تبدیل کنید.}$$

$$۶۰) \cos x + ۲ \cos ۲x + \cos ۳x$$

$$۶۱) \sin a + ۲ \sin ۲a + \sin ۳a$$

$$۶۲) \sin a + \sin ۳a + \sin ۹a - \sin ۵a$$

$$۶۳) \cos ۳۷^\circ + \sin ۳۷^\circ$$

$$۶۴) \sin ۱۸a + \sin ۵a + \sin ۲a$$

$$۶۵) \cos ۱۸x + \cos ۵x + \cos ۲x$$

۳۴ - درستی روابط زیر را ثابت کنید.

$$۶۶) \sin ۱۰^\circ + \sin ۵۰^\circ - \sin ۷۰^\circ = ۰$$

$$۶۷) \cos ۱۰^\circ + \cos ۴۰^\circ - \cos ۲۰^\circ = ۰$$

$$۶۸) \frac{\sin ۱۸x + \sin ۵x + \sin ۲x}{\cos ۱۸x + \cos ۵x + \cos ۲x} = \tan ۵x$$

$$۶۹) \cos ۲۰^\circ + \cos ۱۰۰^\circ + \cos ۱۴۰^\circ = ۰$$

$$۷۰) \cos ۳۶^\circ + \sin ۳۶^\circ = \sqrt{۲} \cos ۹^\circ$$

$$۷۱) \frac{\cos ۳۷^\circ + \sin ۳۷^\circ}{\cos ۳۷^\circ - \sin ۳۷^\circ} = \cot g ۱۸^\circ$$

۳۵ - معادلات زیر را حل کنید و جواب های کلی را بدست آورید.

$$۷۲) ۲ \sin ۲x - 1 = ۰$$

$$۷۳) \cos^p x - \sin x = \frac{1}{۴}$$

$$۷۴) \sin ۲x - \cos x = ۰$$

$$۷۵) \sin\left(۴x - \frac{\pi}{۴}\right) = -1$$

$$۷۶) \sin\left(۲x - \frac{\pi}{۴}\right) = ۰$$

$$۷۷) \cos ۴x - \sin\left(x - \frac{\pi}{۴}\right) = ۰$$

$$۷۸) \cos ۲x - \cos x + 1 = ۰$$

$$۷۹) \cos ۴x \cos ۶x = \frac{1}{۲} \cos ۱۰x$$

$$۸۰) \cos ۴x + \cos ۵x + \cos ۶x = ۰$$

$$۸۱) \cot g ۲x + \tan ۲x = ۲\sqrt{۲}$$

$$۸۲) \tan ۲x - \cot g\left(x - \frac{\pi}{۴}\right) = ۰$$

$$۸۳) \sin ۳x + \sin x = ۰$$

$$۸۴) ۲ \sin^p x + \sin x = ۰$$

$$۸۵) \cos ۲x + \cos \frac{x}{۲} = ۰$$

$$۸۶) \sin ۳x - \cos \frac{x}{۲} = ۰$$

$$۸۷) 1 - \sin x \cos x + \sin x - \cos x = ۰$$

$$۸۸) \tan^p x + \tan^p x + 1 = \tan x$$

$$۸۹) \sin x + \cos^p x = \frac{1}{۴}$$

$$۹۰) ۴ \sin x - \sqrt{۲} \cos x = ۲\sqrt{۲} - 1$$

$$۹۱) \sqrt{۳} \sin x - \cos x = 1$$

$$۹۲) \sqrt{۳} \sin\left(۲x - \frac{\pi}{۳}\right) - \cos\left(۲x - \frac{\pi}{۳}\right) = ۰$$

$$۹۳) (\sqrt{۳} + 1) \sin x + (\sqrt{۳} - 1) \cos x = \sqrt{۲} \quad \left(\tan \frac{\pi}{۱۲} = ۲ - \sqrt{۳}\right)$$

$$۹۴) \sin ۲x - \sqrt{۳} \cos ۲x = ۲$$

$$۹۵) \sin x + \cos x = \sqrt{۲}$$

$$۹۶) \sqrt{۳} \sin\left(x - \frac{\pi}{۴}\right) - \cos\left(x - \frac{\pi}{۴}\right) = ۲$$

$$۹۷) \sin x + ۲ \cos x = \frac{۳}{\sqrt{۲}}$$

$$۹۸) ۲ \sin x - ۳ \cos x = ۲$$

$$۹۹) \tan x - ۲ \cot g x = -1$$

$$۱۰۰) \tan ۲x + \cot g ۲x = ۲\sqrt{۲}$$

$$۱۰۱) ۳ \tan\left(x - \frac{\pi}{۱۲}\right) - \cot g\left(x - \frac{\pi}{۱۲}\right) = ۲$$

۳۶ - حد تابع های زیر را بدست آورید.

$$۱۰۲) \lim_{x \rightarrow ۳} \frac{۳ - \sqrt{x}}{۳ - \sqrt{۳x+1}}$$

$$۱۰۳) \lim_{x \rightarrow ۰^-} \frac{x - |x|}{[x+1] - x}$$

$$۱۰۴) \lim_{x \rightarrow ۰} \frac{۳x \tan ۳x}{1 - \cos ۳x}$$

$$۱۰۵) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{۳x-1}{\sqrt{۳x^۳} + x}$$

$$۱۰۷) \lim_{x \rightarrow \pi/۳} \frac{۳ \sin x - 1}{\cos x + \sin^۳ x}$$

$$۱۰۸) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x - \sqrt{۳-x}}$$

$$۱۰۹) \lim_{x \rightarrow ۳^-} \frac{[x]+1}{x-۳}$$

$$۱۱۱) \lim_{x \rightarrow -۴} \frac{\sqrt{x+۵}-1}{x^۳+۴x}$$

$$۱۱۲) \lim_{x \rightarrow ۰} \frac{\tan x \tan ۳x}{\Delta x^۳}$$

$$۱۱۳) \lim_{x \rightarrow ۰} \frac{1 - \cos^۳ x}{۳ \sin x}$$

$$۱۱۴) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{۳x^۳ + \Delta x + ۲}{x^۳ - 1}$$

$$۱۱۵) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x-1}$$

$$۱۱۶) \lim_{x \rightarrow ۰} \frac{x - \sin ۳x}{x + \sin ۳x}$$

$$۱۱۷) \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-۲}{(x-1)^۳}$$

$$۱۱۹) \lim_{x \rightarrow ۳} \frac{x^۳ - ۶x + ۹}{x^۳ - ۹}$$

$$۱۲۰) \lim_{x \rightarrow ۰} \frac{x \sin x}{1 - \cos x} \quad \lim_{x \rightarrow ۰}$$

$$۱۲۱) \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{۳})^+} \tan x$$

$$۱۲۲) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^۳ + x - ۲}{x^۳ - 1}$$

$$۱۲۳) \lim_{x \rightarrow \pi/۶} \frac{\sin(۳x - \pi/۳)}{x - \pi/۶}$$

$$۱۲۴)$$

$$۱۲۵) \lim_{x \rightarrow (-۳)^-} \frac{۴}{-(x+۳)^۳}$$

$$۱۲۶) \lim_{x \rightarrow ۰} \frac{1 - \cos ۳x}{۳x^۳}$$

$$۱۲۷) \lim_{x \rightarrow \pi^-} \cot x$$

$$۱۳۰) \lim_{x \rightarrow ۲^-} \frac{[x]-۲}{x^۳-۴}$$

$$۱۳۱) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^۳ + ۲x - ۳}{x^۳ - 1}$$

$$۱۳۲) \lim_{x \rightarrow ۰} \frac{۳ \sin^۳ x}{1 - \cos x}$$

$$۱۳۳) \lim_{x \rightarrow ۲} \frac{\sqrt{x+۲}-۲}{۲-x}$$

$$۱۳۵) \lim_{x \rightarrow ۲} \frac{-\Delta x^۳}{x^۳ - ۴}$$

۱۹۶- تابع $f(x) = \sqrt{x-x^2}$ در کدام بازه پیوسته است؟

۱۹۷- b, a را طوری بدست آورید که تابع $f(x) = \begin{cases} -ax-1 & x > 2 \\ 1 & x = 2 \\ bx^2-3 & x < 2 \end{cases}$ در $x=2$ پیوسته باشد.

۱۹۸- b, a را طوری بدست آورید که تابع $f(x) = \begin{cases} ax+2 & x > 2 \\ a & x = 2 \\ 1-bx+a & x < 2 \end{cases}$ در $x=2$ پیوسته باشد.

۱۹۹- b, a را طوری بدست آورید که تابع $f(x)$ با ضابطه مقابل در $x=3$ پیوسته باشد.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - ax & x > 3 \\ 6 & x = 3 \\ 2ax^2 + bx & x < 3 \end{cases}$$

طول نقاط ناپیوستگی در توابع زیر در بازه های تعیین شده را بدست آورید.

۲۰۰) $f(x) = \frac{x+1}{x^2-16}$; $[0, \Delta]$

۲۰۴) $f(x) = \frac{3x+2}{2x^2-3x+1}$; $[-3, 2]$

۲۰۱) $f(x) = \frac{x^2-4}{x^2-4x+3}$; $(-1, 4)$

۲۰۵) $f(x) = \frac{\sin x}{2\cos x - 1}$; $[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}]$

۲۰۲) $f(x) = \frac{x-1}{x^2-9}$; $(-3, 5)$

۲۰۶) $f(x) = \frac{\cos x}{2\sin^2 x - 3\sin x + 1}$; $[0, 2\pi]$

۲۰۳) $f(x) = \frac{3x+2}{x^2+x-2}$; R

پیوستگی توابع زیر را در نقاط داده شده بررسی کنید. (در مورد حد دار بودن آنها نیز توضیح دهید)

۲۰۷) $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2+4} & x \geq 0 \\ x+2 & x < 0 \end{cases}$ در نقطه $(x_0 = 0)$

۲۱۱) $f(x) = \begin{cases} \frac{3x-1}{x} & x \leq 1 \\ x^2+1 & x > 1 \end{cases}$

۲۰۸) $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & x \geq 1 \\ x^2+2x-6 & x < 1 \end{cases}$ در نقطه $(x_0 = 1)$

۲۱۲) $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-1}{x^2-1} & x \neq 1 \\ 2 & x = 1 \end{cases}$

۲۰۹) $f(x) = \begin{cases} x^2+2 & x \leq -1 \\ 2x^2+3 & x > -1 \end{cases}$ در نقطه $(x_0 = -1)$

۲۱۳) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3+3x^2-2}{x^2-4} & x < 2 \\ 2x+4 & x > 2 \\ 6 & x = 2 \end{cases}$

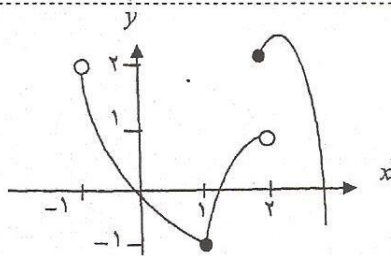
۲۱۰) $f(x) = \begin{cases} -x-1 & x > 1 \\ -2 & x = 1 \\ 2x^2-x-3 & x < 1 \end{cases}$ در نقطه $(x_0 = 1)$

۲۱۴- b, a را چنان بدست آورید که تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} a[x] + 1 & x < 2 \\ -bx - 2 & x \geq 2 \end{cases}$ در نقطه $x = 2$ دارای حد برابر صفر باشد.

۲۱۵- b, a را چنان بدست آورید که تابع $f(x) = \begin{cases} ax + b & x \geq -1 \\ ax^2 - 1 & x < -1 \end{cases}$ دارای $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 1$ باشد.

۲۱۶- تابع $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 3a & x \leq 1 \\ x - a & 1 < x < 4 \\ 5x^2 + bx + 4 & x \geq 4 \end{cases}$ را طوری بدست آورید که تابع در $x = 4$ دارای حد بوده و $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$ باشد.

۲۱۷- b, a را طوری تعیین کنید که تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - ax & x > 3 \\ 6 & x = 3 \\ 2ax^2 + bx & x < 3 \end{cases}$ در $x = 3$ پیوسته باشد.



۲۱۸- با استفاده از نمودار حدهای زیر را بدست آورید.

الف) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

ب) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$

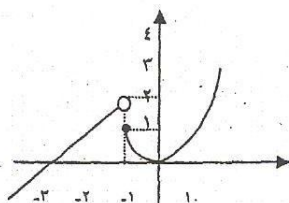
ج) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$

۲۱۹- آیا تابع f با ابژه $f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & x \geq 1 \\ x^2 + 2x - 6 & x < 1 \end{cases}$ در نقطه $x = 1$ حد دارد؟

۲۲۰- b, a را طوری تعیین کنید که تابع $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx - 1 & x > 1 \\ 2x - a & x < 1 \end{cases}$ در نقطه ای به طول ۱ حد راستی برابر ۲ و حد چپی برابر ۲ داشته باشد.

۲۲۱- b, a را طوری تعیین کنید که تابع $f(x) = \begin{cases} -ax - 1 & x > 2 \\ 1 & x = 2 \\ bx^2 - 3 & x < 2 \end{cases}$ در $x = 2$ پیوسته باشد.

۲۲۲- شکل مقابل بخشی از نمودار تابع f است. حاصل عبارات زیر را بدست آورید.



الف) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

ب) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

ج) $f(-1)$

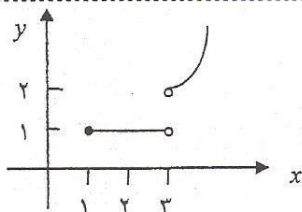
۲۲۳- در تابع $f(x) = (x - 2)[x]$ حد چپ و حد راست را در $x = 2$ محاسبه کنید و سپس مشخص کنید که آیا این تابع در $x = 2$ حد دارد؟ (منظور از $[x]$ جزء صحیح x است)

۲۲۴- b, a را طوری تعیین کنید که تابع f با ابطنه $x = 2$ پیوسته باشد.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x - 8 & x < 2 \\ a & x = 2 \\ x + 3b & x > 2 \end{cases}$$

۲۲۵- آیا تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & x \leq -1 \\ 2x^2 + 3 & x > -1 \end{cases}$ در نقطه $x = -1$ حد دارد؟ چرا؟

۲۲۶- a را طوری تعیین بیاپیء که $\lim_{x \rightarrow 2a} \frac{x - 2a}{x^2 - 4a^2} = \frac{1}{8}$



۲۲۷- با توجه به شكل نمودار تابع $f(x)$ ، حاصل عبارات زیر را بنویسید.

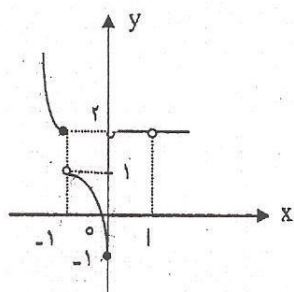
الف) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$

ب) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$

پ) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

۲۲۸- اگر $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$ و $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = -3$ باشد حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} (f(x) - 3g(x))$ و $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{5f(x)}$ را محاسبه کنید.

۲۲۹- تابع $f(x) = \begin{cases} ax^3 - 2 & x < -1 \\ 2ax^2 & x > -1 \end{cases}$ مفروض است عدد a را چنان بیاپیء که تابع در $x = -1$ حد داشته باشد.



۲۳۰- با توجه به نمودار تابع $f(x)$ ، حاصل عبارات های زیر را بنویسید.

الف) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$

ب) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$

پ) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

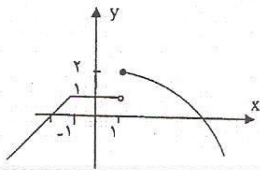
ت) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

ث) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

۲۳۱- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} ax + 2 & x > 2 \\ 3x & x = 2 \\ bx - 1 & x < 2 \end{cases}$ داده شده است. عددهای a, b را طوری تعیین کنید که $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1$ و $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -1$ باشد.

۲۳۲- پیوستگی تابع $f(x) = \begin{cases} -x - 1 & x > 1 \\ -2 & x = 1 \\ 2x^2 - x - 3 & x < 1 \end{cases}$ را در نقطه $x = 1$ بررسی کنید.

۲۳۳- شکل زیر نمودار تابع f است. حاصل هر یک از عبارت ها را بنویسید.



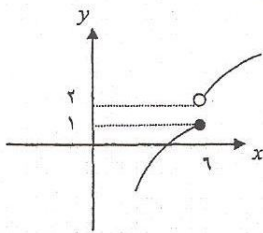
ب) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

الف) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

ت) $f(1)$

پ) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

۲۳۴- پیوستگی تابع $f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & x > 1 \\ 5 & x = 1 \\ 3x + 3 & x < 1 \end{cases}$ را در نقطه ی $x = 1$ بررسی نمایید.



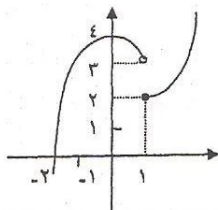
۲۳۵- با توجه به نمودار تابع $f(x)$ حاصل هر یک از حدهای زیر را محاسبه نمایید.

الف) $\lim_{x \rightarrow 6^+} f(x)$

ب) $\lim_{x \rightarrow 6^-} f(x)$

ج) $\lim_{x \rightarrow 6} f(x)$

۲۳۶- مقادیر a, b را طوری تعیین کنید که تابع f با ضابطه ی $f(x) = \begin{cases} ax + 2 & x > 2 \\ 4 & x = 2 \\ 2 - bx & x < 2 \end{cases}$ در $x = 2$ پیوسته باشد.



۲۳۷- با توجه به نمودار تابع $f(x)$ حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

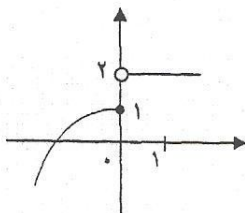
$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

۲۳۸- تابع $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 3a & x < 1 \\ x - a & 1 < x < 4 \\ 5x^2 + bx + 4 & 4 < x \end{cases}$ مفروض است، عددهای a, b را چنان بیابید که تابع f در $x = 4$ دارای حد بوده و $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2$ باشد.

۲۳۹- مقادیر a, b را در $f(x) = \begin{cases} ax + b & x < 2 \\ ax^2 - 1 & x < -1 \end{cases}$ طوری تعیین کنید که $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 1$ گردد.

۲۴۰- a, b را چنان بیابید که تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} a[x] + 1 & x < 2 \\ -bx - 2 & x \geq 2 \end{cases}$ در نقطه ی $x = 2$ دارای حدی برابر صفر باشد.

۲۴۱- با توجه به نمودار تابع f ، حاصل هر یک از حدود زیر را بیابید.



الف) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

ج) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$